Paris 6
IST 1
2005-2006

THERMODYNAMIQUE

Exercices, feuille 2

---

1 Mad Max

1. Estimez de combien varierait la consommation en essence d'une voiture roulant sur autoroute si on augmentait la limitation de vitesse de 130 à 160 km/h. On supposera que l'efficacité du moteur est la même à ces vitesses. On supposera également que la force de frottement des pneus sur la route est négligeable par rapport à la résistance de l'air, qui varie comme le carré de la vitesse.

2. Il est facile de comprendre que lorsqu'une voiture roule avec le vent dans le dos, sa consommation (d'essence) est plus faible que lorsqu'elle a le vent en face. On pourrait penser que si l'on fait un aller-retour sur une route où le vent souffle toujours à la même vitesse, la sur-consommation à l'aller est compensée par la sous-consommation au retour, auquel cas on pourrait conclure que la consommation moyenne pour l'aller-retour n'est pas influencée par le vent. Montrez qu'il n'en est rien, et estimez de combien varie la consommation moyenne si le vent souffle à 30 km/h, et que la voiture roule à 130 km/h.

---

2 Propriétés du gradient

L'énergie potentielle d'un système est donnée par : $E_p(x, y) = \dfrac{(x - y)^2}{2}$.

1. Pour vous faire une représentation de cette fonction, tracez les “lignes équipotentielles”, c'est à dire les lignes sur lesquelles l'énergie est constante.

2. Calculez la force associée à cette énergie potentielle, et tracez sur le graphe précédent l'orientation de la force en quelques points du diagramme. Que remarquez-vous ?

3. En utilisant la définition de l'énergie potentielle, trouvez une explication à votre observation.

---

3 Dérivées partielles

Lorsqu'on place une résistance R aux bornes d'un générateur, la tension U et l'intensité I sont reliés par la loi d'Ohm : $U = RI$. La puissance dissipée dans la résistance est $\mathcal{P} = UI$ (puissance=énergie par unité de temps). On se demande si la puissance augmente ou diminue lorsqu'on augmente la résistance. Pour cela, on calcule des dérivées partielles.

1. Calculez $\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial R}|_I$. Conclusion ?

2. Calculez $\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial R}|_U$. Conclusion ?

3. Si l'on vous demande “Est-ce que la puissance augmente quand on augmente la résistance ?”, que répondez vous ?

---

4 Force centrale

Une force est centrale lorsqu'elle est toujours dirigée vers un même point. La force centrale la plus célèbre est la force gravitationelle, qui pointe toujours vers le centre du corps attracteur. Montrez que l'énergie potentielle associée à une force centrale ne dépend que de la distance au corps attracteur (utilisez la définition de l'énergie potentielle sous forme différentielle). Si vous vous y prennez bien, il n'y a aucun calcul à faire...

5 De l'énergie potentielle vers la force

L'énergie potentielle d'un système est donnée par $E_p(x, y) = \frac{k_1}{2}x^2 + \frac{k_2}{2}(x + y)^2$. Quelle est la force associée ?

6 De la force vers l'énergie potentielle

Un objet est soumis à une force $\vec{F} = \begin{pmatrix} y \\ x \end{pmatrix}$ qui dérive d'une énergie potentielle.

1. Trouvez l'expression analytique de $E_p(x, y)$ (Pour fixer l'origine des énergies, vous pourrez par exemple poser $E_p(0, 0) = 0$).

2. Vérifiez par dérivation de l'énergie potentielle que vous retrouvez la bonne expression pour la force.

7 Forces non-conservatives

1. Un objet est soumis à une force $\vec{F} = (y, 0)$. En calculant le travail le long de deux chemins reliant l'origine O au point A de coordonnées $(1, 1)$, montrez que **l'on ne peut pas** définir une énergie potentielle de façon inambiguë.

2. Un objet est soumis à une force $\vec{F} = (a + bx + cy, d + ex + fy)$ où $a \dots f$ sont des paramètres fixés. À quelle(s) condition(s) sur les paramètres $a \dots f$ existe-t'il une énergie potentielle ?