Paris 6
IST 1
2004-2005

THERMODYNAMIQUE

Partiel 2, le 18 janvier 2005

Vérifiez systématiquement vos résultats (analyse dimensionnelle, cas limites, tout ce que vous pouvez imaginer, ...). Tout résultat absurde conduira à des points négatifs... L'examen est un peu long mais le barème est sur plus de 20 points, donc pas de panique si vous ne finissez pas.

---

1 Le yogourt II

Sur l'emballage d'un yogourt de 100g, on apprend que sa "teneur calorique" est d'environ 100 kcal. On veut comparer cette énergie à une énergie mécanique.

1. On considère n moles de gaz, initialement dans les conditions ambiantes (pression de 1 atmosphère, température de 20° C) que l'on compresse de façon quasi-statique et à température constante, jusqu'à diviser son volume par deux. Déterminez le travail mis en jeu lors de ce processus.

2. En supposant que l'on puisse utiliser l'ensemble de l'énergie du yogourt, quelle quantité de gaz (nombre de mole) peut-on ainsi compresser ? Quel volume occupe cette quantité de gaz dans les conditions ambiantes données plus haut ? Application numérique : $R = 8,31$ J/°K.

---

2 Refroidissement

On plonge un bloc en fer de masse m dans une bassine contenant un volume V d'eau. Initialement l'eau se trouve à $T_1 = 20°$ C et le bloc de fer à $T_2 = 80°$ C.

1. Ce processus est-il réversible ? Que peut-on en conclure quant à la variation d'entropie de l'univers lors de ce processus ?

2. Déterminez la température finale du système, une fois que l'équilibre est réalisé.

3. Déterminez les variations d'entropie du bloc de fer et de l'eau lors de ce processus. Application numérique : $m = 10$ kg, $V = 1$ litre, $c_{\mathrm{Fe}} = 460$ J kg^{-1} K^{-1}. La variation d'entropie de l'univers a-t'elle le bon signe ?

---

3 Fabrique de glace

On considère un réfrigérateur que l'on suppose fonctionner de manière réversible entre les températures T_1 et T_2 ($T_1 > T_2$). Lors d'un cycle, le réfrigérateur échange les quantités d'énergie Q_1 et Q_2 avec les sources aux températures T_1 et T_2. Il y a également un échange d'énergie mécanique sous forme de travail, noté W.

1. Faites un diagramme (comme dans le cours) représentant les différents échanges d'énergie. Décrivez votre convention de signe à l'aide d'une flèche indiquant dans quel sens vous comptez positif un échange d'énergie. Quels sont les signes de Q_1, Q_2 et W ?

2. Exposez le premier principe de la thermodynamique. Quelle relation entre W, Q_1 et Q_2 pouvez-vous en tirer ?

3. Exposez le deuxième principe de la thermodynamique. Dans le cas qui nous intéresse, où nous avons supposé que le réfrigérateur fonctionne de manière réversible, que peut-on dire de la variation d'entropie du système lors d'un cycle ? Quelle relation existe-t'il entre les variations d'entropie des deux réservoirs aux températures T_1 et T_2 ? Calculez ces deux variations d'entropie. Déduisez-en une relation entre Q_1, Q_2, T_1 et T_2.

4. En regroupant les résultats précédents, exprimez le coefficient de performance $\mathcal{P} = Q_2/W$ en fonction des températures T_1 et T_2.

5. Quelle énergie faut-il fournir au réfrigérateur pour solidifier 1 litre d'eau, initialement à $0°$ C, notre réfrigérateur fonctionnant entre les températures 0 °C et 20 °C ? On rappelle que la chaleur latente de fusion de 1 gramme d'eau est de $l = 80$ cal/g.

6. En pratique, on ne sait pas réaliser de réfrigérateur réversible. Pour un réfrigérateur réel, que peut-on dire sur l'énergie nécessaire pour solidifier la même quantité d'eau ?

---

4 Coefficients de réponse

1. Expliquez quel protocole expérimental vous utiliseriez pour déterminer les coefficients de réponse $\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)|_P$, $\beta = \frac{1}{P}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)|_V$ et $\kappa = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)|_T$.

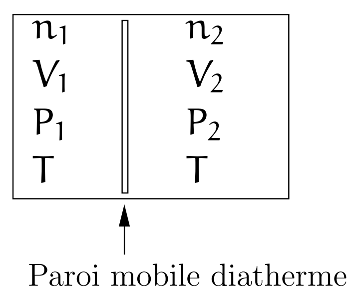
2. En utilisant les relations entre dérivées partielles obtenues en cours, exprimez β en fonction de α, de κ et de P.

3. On veut maintenant montrer que α et κ ne sont pas indépendants. Pour cela :
a) écrivez la différentielle de V par rapport à T ;
b) exprimez cette différentielle en terme de α et κ ;
c) en utilisant une identité de Maxwell, trouvez une relation entre α et κ ;
d) que pensez-vous d'un modèle théorique dans lequel $\alpha = \frac{2R}{RT+bP}$ et $\kappa = \frac{RT/P}{RT+bP}$

---

5 Déplacement d'une paroi

On considère une enceinte dont le volume V ne varie pas et dont les parois sont adiabatiques (pas d'échange d'énergie sous forme de chaleur). Une paroi mobile sépare en deux parties cette enceinte. On place du gaz (supposé parfait) dans chacun des compartiments délimités par la paroi mobile et l'enceinte. Si les pressions ne sont pas identiques dans les deux compartiments, le bilan des forces s'exerçant sur la paroi nous indique que cette paroi est poussée dans une direction.
Nous nous proposons de retrouver ce résultat en utilisant le second principe de la thermodynamique. Pour simplifier la discussion, nous prenons une paroi diatherme (qui permet l'échange d'énergie sous forme de chaleur) afin que la température soit la même dans les deux compartiments.



1. Questions préliminaires :
a) (Question de cours) On rappelle que l'énergie interne d'un gaz parfait ne dépend que de sa température ($U = nc_VT$). Quelle expérience permet de mettre en évidence ceci ? Expliquez pourquoi.
b) Dans le système considéré ici, et en utilisant le rappel de la question précédente, que peut-on dire sur l'évolution de la température lorsqu'on laisse le piston se déplacer d'une distance arbitraire ?
c) On place initialement le système dans l'état décrit sur la figure ci-dessus. Si $P_1 > P_2$, dans quel sens se déplace la paroi ? Et si $P_2 > P_1$? À quelle condition la paroi est-elle à l'équilibre ?
d) Exprimez les paramètres thermodynamiques des gaz dans chacun des compartiments (pression, température, volume) en fonction des paramètres initiaux (P_1, V_1, etc.) lorsque la paroi est à l'équilibre. Pour ce faire, vous utiliserez l'équation d'état du gaz parfait et le fait que le volume total de l'enceinte ne varie pas.
On se propose maintenant de retrouver ces résultats en invoquant le second principe de la thermodynamique.

2. Que nous dit le second principe de la thermodynamique concernant l'entropie de l'univers ? Dans le cas considéré ici, que nous indique le second principe ?

3. Nous allons maintenant calculer la variation d'entropie du système lorsque la paroi se déplace, entraînant ainsi une variation de volume dV_1 dans le compartiment de gauche et une variation dV_2 dans celui de droite. Comment sont reliées ces deux variations ?

4. Écrivez la différentielle de l'énergie interne en fonction de dS et de dV (très simple). En utilisant le résultat rappelé dans la question **1**, écrivez la différentielle de l'énergie interne (on suppose que c_V est une constante). Déduisez-en la variation de l'entropie totale du système en fonction de dV et de dT. Dans le problème considéré ici, les choses se simplifient car vous pouvez dire quelque chose sur dT (voir **1***b*)... Vous pouvez maintenant calculer la variation d'entropie du système en tenant compte des variations d'entropie des quantités de gaz à droite et à gauche de la paroi.

5. Montrez que la variation de l'entropie calculée plus haut peut s'exprimer sous forme d'une équation différentielle (que vous écrirez). Vérifiez que la solution de cette équation différentielle a la forme :

$$S(V_1) = n_1 R \ln V_1 + n_2 R \ln(V - V_1) + S_0 \qquad (*)$$

où V est le volume total de l'enceinte. Que représente S_0 ?

6. Dans le cas simple où $n_1 = n_2$, dessinez l'allure de la fonction $S(V_1)$. Supposons que l'on parte d'une condition initiale où $V_1 = V/4$. En tenant compte du second principe de la thermodynamique, représentez sur votre diagramme les volumes V_1 accessibles au système. Dans quel sens se déplace la paroi ? Quelle est la position d'équilibre ? Ce résultats sont-ils compatibles avec nos prévisions de la question **1** ?

7. Revenons au cas général où $n_1 \neq n_2$. À quelle condition sur l'entropie le système est-il dans un état d'équilibre ? À partir de l'équation $(*)$, déterminez la valeur de V_1 pour laquelle le système se trouve à l'équilibre. Comparez au résultat trouvé à la question **1***d*.