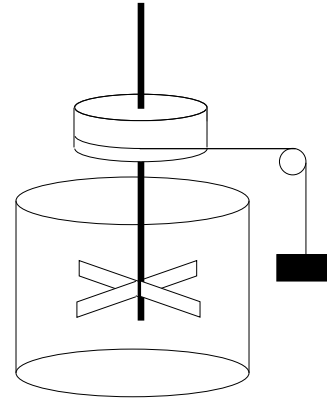


Un conseil général : Soyez critiques vis-à-vis de vos résultats. Vérifiez vos résultats par analyse dimensionnelle, ou en étudiant des cas limites simples. Si vous trouvez qu'un résultat n'est pas juste, ou qu'il est absurde, mais que vous ne trouvez pas votre erreur, signalez-le sur votre copie, j'en tiendrai compte dans mon barème. Les deux premiers exercices sont de simples applications du cours. Le troisième est intentionnellement plus long/difficile. Allez aussi loin que vous pouvez...

---

## 1 L'expérience de James Prescott Joule (1845)

Pour faire le lien entre énergie mécanique et énergie thermique, Joule a réalisé l'expérience suivante. L'extrémité d'une corde est accrochée à une masse  $m = 1 \text{ kg}$  et l'autre extrémité s'enroule autour d'un axe. On a disposé sur l'axe des pales qui plongent dans un volume d'eau  $V = 0,1 \text{ l}$  contenu dans un récipient isolé thermiquement. En tombant, la masse entraîne les pales par l'intermédiaire de la corde et de l'axe, ce qui brasse l'eau dans le récipient. En partant d'une situation où l'eau dans le récipient est sans mouvement, on laisse tomber la masse de  $10 \text{ m}$ , puis on attend de retrouver un état d'équilibre, où l'eau est à nouveau immobile.



Décrivez les échanges énergétiques entre les différentes composantes de l'expérience. Quelle est la variation de température de l'eau entre l'état initial et l'état final ?

---

## 2 Le glaçon

On met un glaçon de masse  $m = 10 \text{ g}$  et de température  $T_1 = 0^\circ \text{ C}$  dans un verre d'eau de volume  $V = 0,1 \text{ l}$ , dont la température est initialement  $T_2 = 20^\circ \text{ C}$ . On rappelle que la chaleur latente mise en jeu lors de la fonte de  $1 \text{ g}$  de glace est de  $80 \text{ cal}$ .

1. On attend que l'équilibre se fasse. Quelle est alors la température  $T_f$  de l'eau ?
2. Pensez-vous que cette transformation est réversible ? Que peut-on en déduire sur la variation d'entropie de l'univers ?
3. Calculez la variation d'entropie  $\Delta S_1$  du glaçon lors de sa fonte, puis la variation d'entropie  $\Delta S_2$  lorsque l'eau fondue est amenée à la température finale. Calculez finalement la variation d'entropie  $\Delta S_3$  du volume d'eau qui était initialement à la température  $T_2$ . Quelle est la variation d'entropie de l'univers lors de ce processus ?

On recommence la même expérience, avec maintenant un glaçon dont la masse est de  $m = 50 \text{ g}$ .

4. Décrivez quantitativement l'état du système lorsque l'équilibre est atteint (attention, cette situation est qualitativement différente de la précédente!).
5. Calculez la variation d'entropie de l'univers lors de ce processus.
6. Sans faire aucun calcul supplémentaire, donnez la variation d'entropie de l'univers si l'on répète l'expérience avec maintenant une masse de glaçon  $m = 70 \text{ g}$ .

### 3 Équation de Clapeyron

On se propose de dériver une équation reliant la chaleur latente lors d'une transition de phase à la différence de volume des deux phases (équation de Clapeyron). Pour être concret, on va considérer la transition de vaporisation de l'eau, mais notre équation s'applique dans bien d'autres situations.

Nous allons considérer un processus cyclique (ABCD).

- On prend un gramme d'eau liquide que l'on amène à sa température de vaporisation (sans toutefois former de vapeur). On obtient ainsi l'état A, dont le volume est noté  $v_L$ .
- (A → B) On vaporise le liquide à température T et pression P fixées. Ce faisant, le volume du système passe de  $v_L$  à  $v_V$ .
- (B → C) On diminue la température de T à T - dT à volume constant.
- (C → D) On liquéfie la vapeur d'eau à température fixée T - dT en faisant passer le volume de  $v_V$  à  $v_L$  (la pression reste constante).
- (D → A) On augmente la température de T - dT à T.

On note  $l(T)$  la chaleur latente de vaporisation de un gramme d'eau à la température T. Faisons deux remarques :

1) Lors des transformations à volume constant, on a des échanges de chaleur avec l'extérieur. Toutefois ceux-ci sont très petit (du fait que dT est petit), et l'on peut les négliger. Ces transformations sont (approximativement) adiabatiques, et l'on considèrera dans la suite que le processus (ABCD) est un cycle de Carnot.

2) Quand on diminue la température à volume constant (B → C), on liquéfie une petite portion de vapeur. De plus, lors du processus (C → D), une toute petite portion d'eau reste sous forme de vapeur. Par conséquent, lors du processus (C → D) on liquéfie légèrement moins d'un gramme d'eau. Malgré cela, on supposera que l'échange de chaleur lors du processus (C → D) est donné par  $l(T - dT)$ .

1. Faites un diagramme représentant ce cycle de Carnot dans le plan (PV). Indiquez où se trouvent les phases liquides et gazeuses.

2. Rappelez la définition du rendement d'un cycle de Carnot, et donnez son expression en fonction des deux températures du cycle. Dans la situation qui nous intéresse, que vaut ce rendement (en fonction de T et dT) ?

3. Lors du changement de température de dT, la pression varie de dP. En utilisant vos connaissances sur les différentielles, reliez dP à dT. Donnez une interprétation graphique de cette relation. Reportez l'expression de dP sur votre diagramme de la question 1. Il faut bien garder en tête pour la suite que la température T considérée ici correspond à la température de vaporisation de l'eau, et que la différentielle précédente permet d'estimer comment varie cette température de vaporisation lorsqu'on change (un peu) la pression à laquelle se déroule l'expérience.

4. Calculez la quantité de chaleur échangée avec la source chaude, ainsi que le travail global effectué par le système lors d'un cycle.

5. En reportant ces expressions dans la définition du rendement, déduisez la relation :

$$l = T(v_V - v_L) \frac{dP}{dT} \quad (*)$$

Vérifiez que, en ce qui concerne l'analyse dimensionnelle, l'équation (\*) est correcte. Calculez la variation d'entropie de l'eau lors de la vaporisation, et déduisez de l'équation précédente une expression pour  $\Delta S/\Delta v$ .

6. En utilisant l'équation d'état des gaz parfaits, estimez le volume  $v_V$  à pression atmosphérique et à la température de vaporisation (on rappelle qu'une mole d'eau pèse environ 18 g, et que la constante des gaz parfaits vaut  $R = 8,3 \text{ J/K}$ ). Le volume obtenu n'est qu'une approximation du volume réel car la vapeur d'eau à la température de transition n'est pas un gaz parfait.

7. Expliquez pourquoi, dans l'équation (\*), on peut négliger  $v_L$  devant  $v_V$ . Connaissant la chaleur latente de vaporisation d'un gramme d'eau ( $l = 540 \text{ cal}$ ), calculez  $\frac{dP}{dT}$ . En utilisant vos réflexions faites

à la question 3, déterminez la température de vaporisation en haut du Mont Blanc, où la pression est deux fois plus faible qu'au niveau de la mer.

On considère maintenant la transition solide-liquide de l'eau. L'équation (\*) est toujours valable, à condition de remplacer :

- $v_L$  et  $v_V$  par  $v_S$  et  $v'_L$  qui correspondent au volume d'un gramme d'eau sous forme solide et sous forme liquide à la température de solidification, et
- $l(T)$  par la chaleur latente de fusion de la glace.

**8.** Dans le cas de la fonte de la glace,  $v_S > v_L$  (c'est ce qui explique que le glaçon flotte dans votre verre d'eau). En utilisant, l'équation (\*) quelle conséquence peut-on tirer de cette observation concernant la variation de la température de solidification de l'eau lorsqu'on augmente la pression ?

**9.** Considérons un glaçon qui flotte dans un verre d'eau, à pression et température ambiante. Estimez le volume de glaçon immergé. Connaissant la poussée d'Archimède (qui est égale au poids du volume d'eau déplacé), calculez le rapport  $v_S/v_L$ . Comme vous connaissez par ailleurs  $v_L$ , vous pouvez en déduire  $v_S - v_L$ .

**10.** Sachant que  $l = 80$  cal, déterminez  $\frac{dP}{dT}$ . Estimez la température de solidification de l'eau à  $P = 11$  atm.