L3 PSVP LP342 Année 2009-10

Mesures Physiques Travaux dirigés n°5. Signaux aléatoires.

I. Filtrage d'un bruit blanc

- 1. Soit b(t) un bruit blanc de densité spectrale de puissance $\gamma_b/2$.
 - a. Déterminez la fonction d'autocorrélation de b(t) : $\phi_{bb}(\tau)$.
 - b. Représentez $\phi_{bb}(\tau)$ et la DSP : $S_{bb}(\nu)$ (NB : ν représente la fréquence).
 - c. Que vaut la variance σ_b^2 ?
- 2. Ce bruit est transmis dans un filtre de réponse impulsionnelle $h(t) = \frac{1}{\Delta t} \operatorname{Re} \operatorname{ct}(t / \Delta t)$.

En sortie du filtre, le signal est x(t)=b(t)*h(t).

- a. Exprimez la fonction d'autocorrélation de x(t) : $\phi_{xx}(\tau)$ et la tracer.
- b. En déduire la durée de corrélation et la variance du signal $\sigma_{\rm x}^2$.
- c. Déterminez la DSP du signal: $S_{xx}(v)$. Retrouvez la variance grâce à ce résultat.

(on rappelle que :
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\sin(x)}{x} \right)^2 dx = \pi$$
)

II. Analyse d'un signal en présence de bruit

On mesure un signal y(t) somme de deux signaux aléatoires x(t) et b(t). Le signal x(t) représente une grandeur physique dont on souhaite caractériser la variance. C'est un signal basse fréquence. Le signal b(t) est un bruit large bande qui perturbe la mesure.

- 1. On assimile b(t) à un bruit blanc de DSP: $S_{bb}(v) = \gamma_b/2$ et x(t) à un signal aléatoire de DSP:
- $S_{xx}(v) = \frac{\gamma_x}{2} \operatorname{Rect}(\frac{v}{2B})$ où B représente la largeur de bande de x(t).
 - a. Exprimez la variance de x(t): σ_x^2 en fonction de γ_x et B.
 - b. Tracez les $S_{bb}(v)$ et $S_{xx}(v)$ ainsi que fonctions d'autocorrélation $\phi_{bb}(\tau)$ et $\phi_{xx}(\tau)$.
 - c. Exprimez $\phi_{vv}(\tau)$, $S_{vv}(v)$ et σ_v^2 à partir des fonctions de corrélations et DSP de x(t) et b(t).
- 2. Montrez que l'on peut estimer $\sigma_{x}^{\ 2}$ à partir de la mesure de y(t) :
 - a. par interpolation de $\phi_{vv}(\tau)$ en 0 à partir des points $\tau \neq 0$.
 - b. en interpolant S_{vv}(v) dans le domaine des basses fréquences.